Total number of printed pages–11

1 (Sem–1/FYUGP) PHY41MJ

2025

PHYSICS

(Major)

Paper : PHY4100104 MJ

(Mathematical Physics and Mechanics)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

1. Answer the following questions : $1\times5=5$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Define vector field. Give *one* physical example.

সদিশ ক্ষেত্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। এটা ভৌতিক উদাহৰণ দিয়া।

(b) What is tangent vector in curvilinear co-ordinate system?

বক্ৰৰেখী স্থানাংক পদ্ধতিত স্পৰ্শীয় ভেক্টৰ কি?

(c) What do you mean by non-inertial frame of reference?

অজড় প্ৰসংগ প্ৰণালী বুলিলে কি বুজা?

(d) State the work and kinetic energy theorem.

কাৰ্য্য আৰু গতিশক্তিৰ উপপাদ্যটো লিখা।

(e) What is Poisson's ratio? Write its unit.

পয়ছনৰ অনুপাত কি? ইয়াৰ একক লিখা।

2. Answer ***any five*** questions from the following: 2×5=10

তলৰ *যিকোনো পাঁচটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Find the value of $\iint_S \vec{F}\cdot\overrightarrow{dS}$ for the vector field $\vec{F} = 3x\hat{i} + 4y\hat{j} + 2z\hat{k}$.

$\vec{F} = 3x\hat{i} + 4y\hat{j} + 2z\hat{k}$ ভেক্টৰ ক্ষেত্ৰৰ কাৰণে $\iint_S \vec{F}\cdot\overrightarrow{dS}$-ৰ মান উলিওৱা।

(b) Show that $\delta(x) = \delta(-x)$.

দেখুওৱা যে $\delta(x) = \delta(-x)$।

(c) Express $\vec{\nabla}\times\vec{A}$ in spherical polar co-ordinate.

গোলকীয় মেৰু স্থানাংকত $\vec{\nabla}\times\vec{A}$-ৰ মান উলিওৱা।

(d) What are conservative and non-conservative forces?

সংৰক্ষিত আৰু অসংৰক্ষিত বল কি?

(e) Two bodies of masses 4*kg* and 6*kg* are in motion under central force. Find the reduced mass of the system.

4*kg* আৰু 6*kg* ভৰৰ দুটা বস্তু কেন্দ্ৰীয় বলৰ প্ৰভাৱত গতি কৰি আছে। তন্ত্ৰটোৰ লঘুকৰণ ভৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(f) The rigidity modulus is $2{\cdot}87 \times 10^{-2} N/m^2$ and Poisson's ratio for a material is 0·379. Find the Young's modulus.

পদাৰ্থ এটাৰ দৃঢ়তা গুণাংক $2{\cdot}87 \times 10^{-2} N/m^2$ আৰু পয়ছনৰ অনুপাত 0·379। ইয়ঙৰ গুণাংক উলিওৱা।

(g) Express graphically the K.E, P.E and total energy of a body executing S.H.M.

সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত গতি কৰা বস্তু এটাৰ গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি আৰু মুঠ শক্তি গ্ৰাফৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।

(h) Define Young's modulus of a material and state its dimension.

পদাৰ্থৰ ইয়ঙৰ গুণাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ মাত্ৰা লিখা।

(i) Define torque and angular momentum in rotational motion.

ঘূৰ্ণন গতিত টৰ্ক আৰু কৌণিক ভৰবেগৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(j) Write down the characteristic of simple harmonic motion.

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা।

3. Answer ***any four*** of the following questions : 5×4=20

তলৰ ***যিকোনো চাৰিটা*** প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Define gradient of a scalar ϕ. Obtain the expressions to $\vec{\nabla}.\vec{\nabla}\phi$ and $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi$. 1+2+2=5

এটা স্কেলাৰ ϕ-ৰ grad ϕ-ৰ সংজ্ঞা দিয়া। $\vec{\nabla}.\vec{\nabla}\phi$ আৰু $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi$ -ৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা।

(b) Prove :

প্ৰমাণ কৰা ঃ

$$\iiint_V \left(\phi\nabla^2\psi - \psi\nabla^2\phi\right) dV = \iint_S \left(\phi\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi\right).\overrightarrow{dS}$$

(c) Write the scale factors in spherical polar co-ordinate. Find line element and volume element in spherical polar co-ordinate. 1+2+2=5

গোলকীয় মেৰু স্থানাংক প্ৰণালীত স্কেল ফেক্টৰৰ মান লিখা। এই স্থানাংক প্ৰণালীত দৈৰ্ঘ্য আৰু আয়তনৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা।

(d) Show that under central force the angular momentum is conserved.

দেখুওৱা যে কেন্দ্ৰীয় বলৰ ক্ষেত্ৰত কৌণিক ভৰবেগ সংৰক্ষিত হৈ থাকে।

(e) Derive the expression of moment of inertia of a solid sphere about a diameter.

ব্যাস সাপেক্ষে গোটা গোলক এটাৰ জড় ভ্ৰামকৰ প্ৰকাশ ৰাশিটো প্ৰতিস্থা কৰা।

(f) Derive the kinetic energy and potential energy of a particle executing SHM and show that total energy is conserved.

3+2=5

সৰল দোলগতি প্ৰাপ্ত কণা এটাৰ গতি আৰু স্থিতিশক্তি উলিওৱা আৰু দেখুওৱা যে মুঠ শক্তি সংৰক্ষিত হৈ থাকে।

(g) A rigid rod of $1{\cdot}5m$ in length is fixed horizontally at one end and loaded at the other by a mass of $0{\cdot}1kg$. Calculate the depression of a point at distant $1{\cdot}2m$ from the fixed end. Diameter of the rod is $2cm$ and Young's modulus of the material $Y = 1\cdot01\times10^{-11}\,N/m^2$.

$1{\cdot}5m$ দৈৰ্ঘ্যৰ দৃঢ় মাৰি এডালৰ এটা মুৰ অনুভূমিকভাবে স্থিৰ কৰি ৰখা হৈছে আৰু আনটো মুৰত $0{\cdot}1kg$-ৰ ভৰ এটা ওলোমাই দিয়া হৈছে। স্থিৰ মুৰটোৰ পৰা $1{\cdot}2m$ দূৰত্বৰ বিন্দুত অৱনমন নিৰ্ণয় কৰা। মাৰিদালৰ ব্যাস $2cm$ আৰু মাৰিদালৰ পদাৰ্থৰ ইয়ঙৰ গুণাংক

$Y = 1\cdot01\times10^{11}\,N/m^2$.

(h) Prove that in elastic collision of two particles in C.M. frame, the total linear momentum before and after collision is zero.

প্ৰমাণ কৰা যে ভৰকেন্দ্ৰ প্ৰণালীত দুটা কণাৰ মাজত হোৱা স্থিতিস্থাপক সংঘাতৰ ক্ষেত্ৰত সংঘাতৰ আগৰ আৰু পিছৰ মুঠ ৰৈখিক ভৰবেগ শূন্য হয়।

4. Answer ***any one*** of the following question : 10

তলৰ *যিকোনো এটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) (i) State Gauss divergence theorem.

Prove that $\iint_S \vec{r}\,.\,\overrightarrow{dS} = 3V$, where $\vec{r}$ is the position vector at any point on surface enclosing volume V. 2+3=5

গাউছ্‌ৰ অপসাৰণৰ উপপাদ্যটো লিখা। প্ৰমাণ কৰা যে $\iint_S \vec{r}\,.\,\overrightarrow{dS} = 3V$, য'ত $\vec{r}$ হৈছে V আয়তন আৱদ্ধ কৰা পৃষ্ঠ এখনৰ কোনো বিন্দুত অৱস্থান ভেক্টৰ।

(ii) Prove that

$$\int_{-a}^{+a} f(x)\,\delta(x-c)\,dx = f(c)$$ 5

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\int_{-a}^{+a} f(x)\,\delta(x-c)\,dx = f(c)$$

(b) (i) Show that Young's modulus Y; rigidity modulus η and Poisson's ratio σ are related by the equality $Y = 2\eta(1+\sigma)$. 6

দেখুওৱা যে ইয়ঙৰ গুণাংক Y; দৃঢ়তা গুণাংক η আৰু পয়ছনৰ অনুপাত σ-ৰ মাজৰ সম্বন্ধটো $Y = 2\eta(1+\sigma)$।

(ii) Show that the equation $x = \sin\omega t + b\cos\omega t$ is the solution of differential equation of SHM. 4

দেখুওৱা যে $x = \sin\omega t + b\cos\omega t$ সমীকৰণটো SHM-ৰ অৱকলজ সমীকৰণটোৰ সমাধান।

(c) (i) Establish the relation between gravitational field and potential. Obtain the expression for gravitational field due to a uniform solid sphere M and radius 'a' at a distance r from the centre. 2+5=7

মহাকর্ষিক ক্ষেত্র আৰু বিভৱৰ মাজৰ সম্বন্ধটো প্ৰতিস্থা কৰা। M ভৰ আৰু a ব্যাসাৰ্দ্ধৰ সুষম গোটা গোলক এটাৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা r দূৰত্ব ও মহাকর্ষিক ক্ষেত্ৰৰ প্ৰকাশক ৰাশিটো উলিওৱা।

(ii) Write Poiseuille's equation for liquid flow through a narrow tube and also state its corrected form. 1½+1½=3

ঠেকনলী এটাৰ মাজেৰে প্ৰৱাহিত হোৱা তৰলৰ বাবে পয়চেলিৰ সমীকৰণটো লিখা আৰু ইয়াৰ সংশোধিত আকাৰটো উল্লেখ কৰা।

(d) (i) Derive an expression for the kinetic energy of rotation of a rigid body and hence define the moment of inertia. 3+2=5

দৃঢ় ঘূৰ্ণনশীল বস্তু এটাৰ গতিশক্তিৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা আৰু ইয়াৰ সহায়ত জড়ভ্ৰামকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(ii) State Gauss law of gravitational field and deduce it in differential form. 2+3=5

মহাকর্ষিক ক্ষেত্ৰৰ গাউছৰ সূত্ৰটো লিখা আৰু ইয়াৰ অৱকলজ আকাৰত প্ৰতিস্থা কৰা।